

# Physikalisches Praktikum

## 2. Semester Elektrotechnik

### Versuch 4

### Messung der Schallgeschwindigkeit

Autoren:  
Markus Krieger  
Nicolai Löw

Erstellungsdatum: 4. Juni 2000

#### **Disclaimer:**

Alle von mir im Internet unter <http://www.krieger-online.de> veröffentlichten Versuchsberichte sind lediglich als Anhaltspunkt für eine eigene Ausführung einer Versuchsbeschreibung gedacht. Ich widerspreche ausdrücklich einer 1:1-Kopie (also kopieren, abschreiben, abscannen etc.).

Einer Veröffentlichung hat der/die entsprechende VersuchspartnerIn zugestimmt.

Alle Texte, Grafiken und Listings dienen lediglich als Orientierung für eine eigene Ausarbeitung.

Diese Versuchsberichte wurden alle von verschiedenen Professoren, die hier ausdrücklich nicht genannt werden, meist mit „gut“ testiert.

Trotzdem können in den Berichten Fehler vorhanden sein, deshalb übernehme ich keine Gewähr für die Richtigkeit und Vollständigkeit. Außerdem können sich die Versuche – genauso wie die Technik – im Laufe der Zeit weiterentwickeln und verändern, so daß diese Ausarbeitung nicht mehr aktuell ist.

Ich bitte zu bedenken, daß die Praktika (mit Erstellung einer schriftlichen Ausarbeitung) als eine Hilfe für die Studierenden gedacht sind, Praxis zu gewinnen und sich praktisch in die Materie einzuarbeiten.

Markus Krieger im April 2000.

# Inhaltsverzeichnis

|          |  |          |
|----------|--|----------|
| <b>1</b> | <b>Aufgabenstellung</b>                      | <b>3</b> |
| <b>2</b> | <b>Durchführung</b>                          | <b>3</b> |
| 2.1      | Grundlagen . . . . .                         | 3        |
| 2.1.1    | Theoretische Schallgeschwindigkeit . . . . . | 4        |
| 2.2      | Versuchsbeschreibung . . . . .               | 4        |
| 2.2.1    | Grafik Versuchsaufbau . . . . .              | 5        |
| 2.3      | Meßergebnisse und Auswertung . . . . .       | 5        |
| 2.4      | Fehlerrechnung . . . . .                     | 6        |
| <b>3</b> | <b>Zusammenfassung</b>                       | <b>7</b> |
| <b>4</b> | <b>Anhang</b>                                | <b>7</b> |

# 1 Aufgabenstellung

Es soll die Schallgeschwindigkeit  $c$  (auch als Ausbreitungsgeschwindigkeit einer Schallwelle bekannt) im Bereich von  $500 - 4000\text{Hz}$  durch Zweistrahlmessung sowie durch Lissajousfiguren bestimmt und das Ergebnis graphisch dargestellt werden.

## 2 Durchführung

### 2.1 Grundlagen

In Gasen und Flüssigkeiten sind nur in longitudinaler Richtung Verdichtungen bzw. Verdünnungen möglich, da anders als in Festkörpern keine Schubkräfte möglich sind, die für eine transversale Fortpflanzung nötig sind. Bei Longitudinalwellen erleidet jedes Molekül eine periodische Verschiebung und eine periodische Druckänderung (Kompression und Dilatation). Durch eine mechanische Schwingung (z.B. durch die Membrane des Lautsprechers) werden die benachbarten Moleküle des Mediums (hier: Luft) zum Schwingen angeregt. Jedes dieser erfaßten Moleküle führt longitudinal um seine Ruhelage die Schwingungen aus, die am „Schwingungsbauch“ die größte Schwingungsweite hat.

Die Schwingung des Moleküls wird als Schallschnelle bezeichnet. Die Ausbreitungsgeschwindigkeit diese Longitudinalwellen (d.h. wie schnell sich eine Welle vom Erreger ausbreitet) wird als Schallgeschwindigkeit bezeichnet. Das von den Wellen erfaßte Medium wird im Takte der Frequenz verdichtet und entspannt. Es entstehen in allen Punkten des Wellenfeldes periodische Druckschwankungen  $\Delta p$  (Schallwechseldruck).

Trifft eine Welle in einem Medium auf ein Medium anderer Dichte (z.B. eine Wand), so wird sie reflektiert und läuft zurück. Bei Reflexion an einem Festkörper (Wand) tritt ein Phasensprung um  $90^\circ$  auf, bei der Reflexion an einem dünneren Medium (freies Ende) bleibt die Phase erhalten. Hin- und rücklaufende Wellen bilden durch Interferenz eine stehende Welle (die entgegenlaufenden Wellen bzw. Schwingungen addieren sich (dort entstehen Schwingungsbäuche (Amplitude der beiden Wellen addieren sich), bzw. Schwingungsknoten (die beiden Schwingungen heben sich auf), an denen die Teilchen ständig in Ruhe sind. Die Wellenlänge entspricht dem Abstand zweier Knoten bzw. zweier Bäuche.

Die Eigenschwingungen einer Luftsäule in einer Röhre, die an einem Ende offen und am anderen Ende geschlossen ist, gestattet die Messung der Frequenz eines Schallgebers, wenn dieser die Luftsäule erregt. Im Inneren der Röhre herrscht ein leicht höherer Luftdruck. Es entsteht eine stehende Welle, da das offene Ende die Schallwelle „schallweich“ reflektiert, d.h. ohne Phasensprung. Durch Überlagerung der beiden Wellen (gleicher Frequenz) ergibt eine stehende Welle, deren „Schwingungsknoten“ und „Schwingungsbäuche“ mit einem Mikrofon nachgewiesen werden können.

Aus der Gleichung für die Kreiswellenzahl

$$k = \frac{\omega}{c} = \frac{2\pi}{\lambda} \quad (1)$$

und mit  $\omega = 2\pi \cdot f$  erhält man die Formel zur Berechnung der Schallgeschwindigkeit

$$c = \lambda \cdot f \quad (2)$$

Die stehende Welle läßt sich folgendermaßen beschreiben ( $x_r$  ist die nach rechts in  $z$ -Richtung laufende Welle,  $x_l$  die nach links laufende):

$$x_r = x_0 \cdot \sin \omega \left( t - \frac{z}{c} \right) \quad (3)$$

$$x_l = x_0 \cdot \sin \omega \left( t + \frac{z}{c} \right) \quad (4)$$

Mit  $\alpha = \omega \left( t - \frac{z}{c} \right)$  bzw.  $\beta = \omega \left( t + \frac{z}{c} \right)$  ergibt sich aus der Summe der Wellen:

$$x = x_r + x_l = x_0 (\sin \alpha + \sin \beta) \quad (5)$$

Mit Hilfe der mathematischen Beziehung

$$\sin \alpha + \sin \beta = 2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2} \quad (6)$$

ergibt sich die resultierende Welle:

$$x = 2x_0 \sin \omega t \cos \omega \frac{z}{c} = 2x_0 \cos 2\pi \frac{z}{\lambda} \sin \omega t \quad (7)$$

Anhand dieser Gleichung sieht man, daß innerhalb einer Welle 2 Stellen vorhanden sind, in denen die Amplitude  $x$  Null annimmt (anhand der  $\cos$ -Funktion), und dies jeweils bei  $\lambda/2$ .

### 2.1.1 Theoretische Schallgeschwindigkeit

Folgende Bedingungen waren vorhanden:

Raumtemperatur:  $20^\circ C$

Luftdruck:  $759 mmHg = 1,012 bar$

Die theoretische Schallgeschwindigkeit läßt sich nach folgender Formel errechnen:

$$c_1 = \sqrt{\frac{\kappa \cdot p}{\rho}} \quad (8)$$

wobei  $\kappa$  das Verhältnis der spezifischen Wärmekapazitäten der Luft (mit  $\kappa = 1,402$ ),  $p$  der herrschende Luftdruck (mit  $p = 759 mmHg = 1,012 bar = 1,012 \cdot 10^5 Pa$ ) und  $\rho$  die Luftdichte (mit  $\rho = 1,205 \frac{kg}{m^3}$ , entnommen aus Kuchling, Taschenbuch der Physik) sind. So ergibt sich eine theoretische Schallgeschwindigkeit in der Luft von  $c = 343,14 \frac{m}{s}$ .

## 2.2 Versuchsbeschreibung

Am Ende eines Plexiglasrohrs, das am anderen Ende offen ist, werden über einen Lautsprecher von einem Frequenzgenerator sinusförmige Schwingungen erzeugt, die die Luftsäule longitudinal erregen, d.h. es wird eine Verdichtung bzw. Verdünnung erzeugt. Im Inneren des Plexiglasrohrs kann entlang der Längsachse ein Mikrofon verschoben werden, das über einen Mikrofonverstärker an ein Oszilloskop angeschlossen ist. Mit dem Mikrofon können nun mit dem Oszilloskop die Lage der Maxima bzw. Minima bestimmt werden. Die Strecke von einem Maxima (Schwingungsbauch) bzw. Minima (Schwingungsknoten) zum nächsten entspricht der halben Wellenlänge  $\lambda/2$ .

### 2.2.1 Grafik Versuchsaufbau

Die Grafikdatei ist leider defekt und konnte daher nicht mehr eingebunden werden. War eh nicht so toll...

### 2.3 Meßergebnisse und Auswertung

Für jede der Meßreihen haben wir 7 (bei 500Hz: 4) aufeinanderfolgende Minima bzw. Maxima gemessen (oben die Werte der Zweistrahlmessung, unten die der Lissajous-Figuren):

| $f[Hz]$ | $k_1[cm]$ | $k_2[cm]$ | $k_3[cm]$ | $k_4[cm]$ | $k_5[cm]$ | $k_6[cm]$ | $k_7[cm]$ |
|---------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| 500     | 15,9      | 50,3      | 84,9      | 119,2     |           |           |           |
| 1000    | 16,2      | 33,2      | 50,7      | 67,7      | 85,2      | 102,4     | 119,6     |
| 1500    | 5,0       | 16,6      | 28,0      | 39,5      | 51,0      | 62,5      | 74,0      |
| 2000    | 7,8       | 16,7      | 25,3      | 33,8      | 42,2      | 50,9      | 59,3      |
| 2500    | 10,3      | 17,0      | 24,2      | 30,8      | 37,8      | 44,6      | 51,5      |
| 3000    | 2,7       | 8,8       | 14,3      | 20,1      | 25,6      | 31,7      | 37,3      |
| 3500    | 5,2       | 10,2      | 15,2      | 20,1      | 25,1      | 30,1      | 35,0      |
| 4000    | 7,0       | 11,4      | 16,1      | 20,2      | 24,3      | 28,7      | 33,2      |
| 500     | 15,2      | 49,5      | 83,8      | 118,0     |           |           |           |
| 1000    | 8,9       | 26,2      | 43,8      | 60,5      | 77,8      | 94,7      | 119,9     |
| 1500    | 5,3       | 17,0      | 28,4      | 40,0      | 51,4      | 63,8      | 74,3      |
| 2000    | 6,3       | 14,9      | 23,4      | 32,1      | 40,8      | 49,3      | 58,0      |
| 2500    | 4,2       | 11,1      | 18,0      | 24,9      | 31,7      | 38,6      | 45,5      |
| 3000    | 4,5       | 10,2      | 16,0      | 21,7      | 27,6      | 33,2      | 39,0      |
| 3500    | 3,6       | 8,5       | 13,3      | 18,3      | 23,2      | 28,1      | 33,0      |
| 4000    | 4,4       | 8,8       | 13,0      | 17,3      | 21,6      | 25,9      | 30,2      |

So ergeben sich folgende Differenzen zwischen den einzelnen Knoten bei der Zweistrahlmessung (die Differenzen sind jeweils in cm angegeben):

| $f[Hz]$ | $\Delta k_{12}$ | $\Delta k_{23}$ | $\Delta k_{34}$ | $\Delta k_{45}$ | $\Delta k_{56}$ | $\Delta k_{67}$ | $\bar{\Delta k}[cm]$ |
|---------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|----------------------|
| 500     | 34,3            | 34,6            | 34,4            |                 |                 |                 | 34,43                |
| 1000    | 17,0            | 17,5            | 17,0            | 17,5            | 17,2            | 17,2            | 17,23                |
| 1500    | 11,6            | 11,4            | 11,5            | 11,5            | 11,5            | 11,5            | 11,50                |
| 2000    | 8,9             | 8,4             | 8,5             | 8,4             | 8,7             | 8,4             | 8,55                 |
| 2500    | 6,7             | 7,2             | 6,6             | 7,0             | 6,8             | 7,1             | 6,90                 |
| 3000    | 6,1             | 5,5             | 5,8             | 5,5             | 6,1             | 5,6             | 5,77                 |
| 3500    | 5,0             | 5,0             | 4,9             | 5,0             | 5,0             | 4,9             | 4,97                 |
| 4000    | 4,4             | 4,7             | 4,1             | 4,1             | 4,4             | 4,5             | 4,37                 |
| 500     | 34,3            | 34,3            | 34,2            |                 |                 |                 | 34,27                |
| 1000    | 17,3            | 17,6            | 16,7            | 17,3            | 16,9            | 17,2            | 17,17                |
| 1500    | 11,7            | 11,4            | 11,6            | 11,4            | 11,6            | 11,3            | 11,50                |
| 2000    | 8,6             | 8,5             | 8,7             | 8,7             | 8,5             | 8,7             | 8,62                 |
| 2500    | 6,9             | 6,9             | 6,9             | 6,8             | 6,9             | 6,9             | 6,88                 |
| 3000    | 5,7             | 5,8             | 5,7             | 5,9             | 5,6             | 5,8             | 5,75                 |
| 3500    | 4,9             | 4,8             | 5,0             | 4,9             | 4,9             | 4,9             | 4,90                 |
| 4000    | 4,4             | 4,2             | 4,3             | 4,3             | 4,3             | 4,3             | 4,30                 |

Die Schallgeschwindigkeit aus der Frequenz  $f$ , der Wellenlänge  $\lambda$  bzw. den doppelten

Abstand zwischen 2 Knoten  $\lambda = 2 \cdot \Delta k$  berechnet sich aus

$$c = \lambda \cdot f = 2 \cdot \Delta k \cdot f \quad (9)$$

So ergeben sich folgende Schallgeschwindigkeiten bei Zweistrahl- bzw. Lissajous-Betrieb:

| $f[\text{Hz}]$                       | $c_Z[\frac{\text{m}}{\text{s}}]$ | $c_L[\frac{\text{m}}{\text{s}}]$ | $\bar{c}[\frac{\text{m}}{\text{s}}]$ |
|--------------------------------------|----------------------------------|----------------------------------|--------------------------------------|
| 500                                  | 344,3                            | 342,7                            | 343,5                                |
| 1000                                 | 344,6                            | 343,4                            | 344,0                                |
| 1500                                 | 345,0                            | 345,0                            | 345,0                                |
| 2000                                 | 342,0                            | 344,8                            | 343,4                                |
| 2500                                 | 345,0                            | 344,0                            | 345,5                                |
| 3000                                 | 346,2                            | 345,0                            | 345,6                                |
| 3500                                 | 347,9                            | 343,0                            | 345,5                                |
| 4000                                 | 349,6                            | 344,0                            | 346,8                                |
| $\bar{c}[\frac{\text{m}}{\text{s}}]$ | 345,6                            | 344,0                            | 344,8                                |

Der Durchschnitt der sich ergebenden Schallgeschwindigkeiten beträgt  $c = 344,8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$  (bei einer Standardabweichung von  $1,9 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ ) und liegt damit ca.  $1,7 \frac{\text{m}}{\text{s}}$  über dem theoretisch zu erwartendem Wert.

## 2.4 Fehlerrechnung

Die Frequenzanzeige am Frequenzgenerator zeigt  $1\text{Hz}$ -Schritte bis  $f = 3\text{kHz}$  und darüber  $10\text{Hz}$ -Schritte an. Da sicher der Zähler auch eine Abweichung hat, gehen wir von einem doppelten Fehler aus. Die größte Meßdifferenz bei der Suche der Minima bzw. Maxima lag bei  $0,6\text{cm}$ , so daß man von einer Abweichung vom Meßwert von  $\pm 0,3\text{cm}$  ausgehen kann. Da immer 6 Differenzen zwischen den Knoten gemittelt wurden, wird dieser Fehler auf die Gesamtlänge der 7 aufeinanderfolgenden Knoten gerechnet.

Aus der Formel zur Berechnung der Schallgeschwindigkeit (9) ergibt sich folgendes totales Differential:

$$\Delta c = \left| \frac{\partial c}{\partial f} \cdot \Delta f \right| + \left| \frac{\partial c}{\partial \lambda} \cdot \Delta \lambda \right| = |f \cdot \Delta \lambda| + |\lambda \cdot \Delta f| \quad (10)$$

Für die unten stehende Fehlerrechnung wurden die relativen Fehler aufaddiert. So ergeben sich die folgenden relativen Fehler bei den folgenden Frequenzen (oben beim Zweistrahl-Betrieb, unten beim Lissajous-Betrieb):

| $f[Hz]$ | $\Delta f[Hz]$ | $F_{relf}[\%]$ | $l[cm]$ | $\Delta l[cm]$ | $F_{rell}[\%]$ | $F_{rel}[\%]$ | $F_{abs}[\frac{m}{s}]$ |
|---------|----------------|----------------|---------|----------------|----------------|---------------|------------------------|
| 500     | 2              | 0,40           | 103,3   | 0,3            | 0,29           | 0,69          | 2,38                   |
| 1000    | 2              | 0,20           | 103,4   | 0,3            | 0,29           | 0,49          | 1,69                   |
| 1500    | 2              | 0,13           | 69,0    | 0,3            | 0,43           | 0,57          | 1,97                   |
| 2000    | 2              | 0,10           | 51,5    | 0,3            | 0,58           | 0,68          | 2,32                   |
| 2500    | 2              | 0,08           | 41,2    | 0,3            | 0,73           | 0,81          | 2,79                   |
| 3000    | 2              | 0,07           | 34,6    | 0,3            | 0,87           | 0,93          | 3,22                   |
| 3500    | 20             | 0,57           | 29,8    | 0,3            | 1,01           | 1,58          | 5,50                   |
| 4000    | 20             | 0,50           | 26,2    | 0,3            | 1,15           | 1,65          | 5,77                   |
| 500     | 2              | 0,40           | 102,8   | 0,3            | 0,29           | 0,69          | 2,36                   |
| 1000    | 2              | 0,20           | 103,0   | 0,3            | 0,29           | 0,49          | 1,67                   |
| 1500    | 2              | 0,13           | 69,0    | 0,3            | 0,43           | 0,57          | 1,97                   |
| 2000    | 2              | 0,10           | 51,7    | 0,3            | 0,58           | 0,68          | 2,34                   |
| 2500    | 2              | 0,08           | 41,3    | 0,3            | 0,73           | 0,81          | 2,80                   |
| 3000    | 2              | 0,07           | 34,5    | 0,3            | 0,87           | 0,93          | 3,21                   |
| 3500    | 20             | 0,57           | 29,4    | 0,3            | 1,02           | 1,59          | 5,49                   |
| 4000    | 20             | 0,50           | 25,8    | 0,3            | 1,16           | 1,66          | 5,76                   |

Man sieht anhand der Tabelle, daß der geringste Fehler bei  $1000Hz$  entsteht. Der Fehler durch die Ableseung wird bei steigender Frequenz immer größer, da die Wellenlänge immer kleiner wird und so Ablesefehler eine immer größere Rolle spielt. Der Fehler durch den Frequenzzähler liegt bei max. 0,67%, da immer im Bereich  $3 \cdot 10^4 Hz$  in den nächsten Bereich umgeschaltet wird und der Fehler dazu relativ bleibt (gleichbleibende Anzahl der Stellen der Anzeige).

### 3 Zusammenfassung

Die errechnete Schallgeschwindigkeit weicht nur gering von der theoretischen Schallgeschwindigkeit ab (Unterschied:  $1,7\frac{m}{s}$  bzw. 0,48%), was sowohl innerhalb der Standardabweichung als auch im Fehlerbereich liegt. Die Messung der Abstände der Knoten wird immer unkritischer mit steigender Anzahl der gemessenen Schwingungsknoten bzw. -bäuche.

### 4 Anhang

Im Anhang befinden sich die Graphen und die Meßprotokolle.